Darstellungsmöglichkeiten der Exponentialfunktion:

1. als unendliche Reihe:

(Formelsammlung S. 52)

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{x^v}{v!}$$

2. unter Benutzung der LAGRANGEschen Form des Restglieds für die Exponentialfunktion

durch die TAYLER-MACLAURIN'sche Formel (Formelsammlung S. 51)

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \ldots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + R_n(x)$$

wobei

$$R_n(x) = \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} f^{(n+1)}(\vartheta x) \qquad mit\, 0 < \vartheta < 1$$

erhält man für die Exponentialfunktion sofort die Formel

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} e^{\vartheta x}$$

,da

$$f(x) = f'(x) = f''(x) = f^{(n)}(x) = e^x$$

und folglich

$$f(0) = f'(0) = f''(0) = f^{(n)}(0) = 1$$

ist.